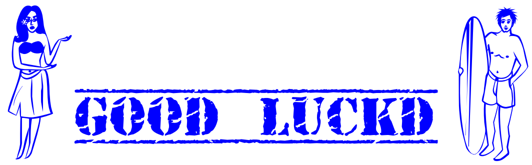
LUYỆN THI ĐẠI HỌC
CHUYÊN ĐỀ :KHẢO SÁT HÀM SỐ

mathvn.com
mathematics 4 teachers n' students



Chú ý:: Các bạn cần nắm vững kiến thức KSHS, cùng kết hợp với các dạng Bài Toán dưới đây thì khả năng của bạn giải quyết phần KSHS trong đề thi Đại Học rất dễ dàng (Hehe...)và điều quan trọng là các bạn cần phải nhớ kĩ các dạng để tránh sự nhầm lẫn giữa dạng này với dạng khác nhé , nếu k thì .....

BA CÔNG THỨC TÍNH NHANH ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ HỮU TỈ

$+\ y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow y'=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$+\ y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\Rightarrow y'=\dfrac{adx^2+2aex+(be-cd)}{(dx+e)^2}$

+

$$y=\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{(a_1b_2-a_2b_1)x^2+2(a_1c_2-a_2c_1)x+b_1c_2-b_2c_1}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$$

CHUYÊN ĐỀ: CÁC CÂU HỎI THỨ HAI TRONG ĐỀ THI KHẢO SÁT HÀM SỐ LTĐH

Dạng 1: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = ax^2 + bx + c

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$

Dạng 2: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = ax^2 + bx + c

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\leq 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}$

Dạng 3: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số có cực trị?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = ax^2 + bx + c

Đồ thị hàm số có cực trị khi phương trình y’ = 0 có 2 nghiệm phân biệt và y’ đổi dấu khi x đi qua hai nghiệm đó $\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta>0\end{cases}$

Dạng 4: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Chứng minh rằng với mọi m đồ thị hàm số luôn luôn có cực trị?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Xét phương trình y’ = 0, ta có:

$\Delta = \ldots > 0, \forall m$

Vậy với mọi m đồ thị hàm số đã cho luôn luôn có cực trị.

Dạng 5: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số không có cực trị?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Hàm số không có cực trị khi y’ không đổi dấu trên toàn tập xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Dạng 6: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số đạt cực đại tại x_0?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Để hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$

Dạng 7: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại x_0?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Để hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

Dạng 8: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số đạt cực trị bằng h tại x_0?***

Phương pháp: TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Để hàm số đạt cực trị bằng h tại x_0 thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f(x_0) = h \end{cases}$

Dạng 9: Cho hàm số y = f(x) có chứa tham số m. ***Định m để đồ thị hàm số đi qua điểm cực trị $M(x_0;y_0)$?***

Phương pháp:

TXĐ: D = $\mathbb{R}$

Ta có: y’ = $ax^2 + bx + c$

Để hàm số đi qua điểm cực trị $M(x_0;y_0)$ thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f(x_0) = y_0 \end{cases}$

Dạng 10: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C) và $M(x_0;y_0) \in (C)$. ***Viết PTTT tại điểm $M(x_0;y_0)$?***

Phương pháp:

Ta có: y’ = f’(x) $\Rightarrow$ f’(x_0)

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ là

$y - y_0 = f'(x_0).(x - x_0)$

Các dạng thường gặp khác :

1/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0.

Ta tìm: + $y_0 = f(x_0)$

+ f’(x) $\Rightarrow$ f’(x_0)

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$y - y_0 = f'(x_0).(x - x_0)$

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm thỏa mãn phương trình f”(x)= 0.

Ta tìm: + f’(x)

+ f”(x)

+Giải phương trình f”(x) = 0 $\Rightarrow x_0$

+ y_0 và f’(x_0). Suy ra PTTT.

Dạng 11: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C) Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (C)

a/ song song với đường thẳng y = ax + b.

b/ vuông góc với đường thẳng y = ax + b.

Phương pháp:

a/ Tính: y’ = f’(x)

Vì tiếp tuyến (d) song song với đường thẳng y = ax + b nên (d) có hệ số góc bằng a.

Ta có: f’(x) = a (Nghiệm của phương trình này chính là hoành độ tiếp điểm)

Tính y_0 tương ứng với mỗi x_0 tìm được.

Suy ra tiếp tuyến cần tìm (d):

$y - y_0 = a.(x - x_0)$

b/ Tính: y' = f'(x)

Vì tiếp tuyến (d) vuông góc với đường thẳng y = ax + b nên (d) có hệ số góc bằng $-\frac{1}{a}$.

Ta có: f'(x) = $-\frac{1}{a}$ (Nghiệm của phương trình này chính là hoành độ tiếp điểm)

Tính y_0 tương ứng với mỗi x_0 tìm được.

Suy ra tiếp tuyến cần tìm (d):

$$y - y_0 = -\frac{1}{a}.(x - x_0)$$

Chú ý:

+ Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất **y = x.**

+ Đường phân giác của góc phần tư thứ hai **y = - x.**

Dạng 12: Cho hàm số y = f(x) có đồ thị (C) Tìm ***GTLN, GTNN của hàm số trên [a;b]***

Phương pháp:

Ta có: y' = f'(x)

Giải phương trình f'(x) = 0, ta được các điểm cực trị: x_1, x_2, x_3,…∈ [a;b]

Tính: f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), f(x_3),…

Từ đó suy ra: $\max\limits_{[a;b]} y =$; $\min\limits_{[a;b]} y =$

Phương pháp chung ta thường lập BBT

Dạng 13: Cho họ đường cong y = f(m,x) với m là tham số.Tìm **điểm cố định** mà họ đường cong trên đi qua với mọi giá trị của m.

Phương pháp:

Ta có: y = f(m,x)

⇔ Am + B = 0, ∀m (1)

Hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$, ∀m (2)

Đồ thị hàm số (1) luôn luôn đi qua điểm M(x;y) khi (x;y) là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ (a) *(đối với (1))*

Hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$ (b) *(đối với (2))*

Giải (a) hoặc (b) để tìm x rồi→ y tương ứng.

Từ đó kết luận các điểm cố định cần tìm.

Dạng 14: Giả sử (C_1) là đồ thị của hàm số y = f(x) và (C_2) là đồ thị của hàm số y = g(x). Biện luận số giao điểm của hai đồ thị (C_1), (C_2).

Phương pháp:

Phương trình hoành độ giao điểm của y = f(x) và y = g(x) là

f(x) = g(x)

⇔ f(x) – g(x) = 0 (*)

Số giao điểm của hai đồ thị (C_1), (C_2) chính là số nghiệm của phương trình (*).

Dạng 15: Dựa vào đồ thị hàm số y = f(x), biện luận theo m số nghiệm của phương trình f(x) + g(m) = 0

Phương pháp:

Ta có: f(x) + g(m) = 0

⇔ f(x) = g(m) (*)

Số nghiệm của (*) chính là số giao điểm của đồ thị (C): y = f(x) và đường g(m).

Dựa vào đồ thị (C), ta có:…v.v…

Dạng 16: Cho hàm số y = f(x), có đồ thị (C). CMR điểm I(x_0;y_0) là tâm đối xứng của (C).

Phương pháp:

Tịnh tiến hệ trục Oxy thành hệ trục OXY theo vectơ $\overrightarrow{OI} = (x_0; y_0)$.

Công thức đổi trục: $\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y + y_0 \end{cases}$ $y = \frac{x+2}{x-3}$

Thế vào y = f(x) ta được Y = f(X)

Ta cần chứng minh hàm số Y = f(X) là hàm số lẻ. Suy ra I(x_0;y_0) là tâm đối xứng của (C).

Dạng 17: Cho hàm số y = f(x), có đồ thị (C). CMR đường thẳng x = x_0 là trục đối xứng của (C).

Phương pháp:

Đổi trục bằng tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OI} = (x_0; 0)$

Công thức đổi trục $\begin{cases} x = X + x_0 \\ y = Y \end{cases}$

Thế vào y = f(x) ta được Y = f(X)

Ta cần chứng minh hàm số Y = f(X) là hàm số chẵn. Suy ra đường thẳng x = x_0 là trục đối xứng của (C).

Dạng 18: Sự tiếp xúc của hai đường cong có phương trình y = f(x) và y = g(x).

Phương pháp:

Hai đường cong y = f(x) và y = g(x) tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

Có nghiệm và nghiệm của hệ phương trình trên là hoành độ tiếp điểm của hai đường cong đó.

Dạng 19: Tìm điểm A ,từ A kẻ đc n tiếp tuyến tới đồ thị $y = f(x)$ (C)

Phương pháp

+Giả sử $A(x_0, y_0)$

+ Pt đthẳng đi qua $A(x_0, y_0)$ có hệ số góc k có dạng :

$$(d): y = k(x - x_0) + y_0$$

+Đthẳng (d) tiếp xúc vớI đồ thị (C) khi hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} f(x) = k(x - x_0) + y_0 (1) \\ f'(x) = k (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) được : $f(x) = f'(x)(x - x_0) + y_0$ (3)

+Khi đó số nghiệm phân biệt của (3) là số tiếp tuyến kẻ từ A tớI đồ thị (C)

Do đó từ A kẻ được k tiếp tuyến tớI đồ thị (C)

$\Leftrightarrow$ có k nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ điểm A (nếu có)

Dạng 20: Định đkiện để đồ thị hàm số bậc 3 có CĐ , CT nằm về 2 phía (D)

Phương pháp +Định đkiện để đồ thị hàm số bậc 3 có các điểm cực trị $M_1(x_1, y_1)$ & $M_2(x_2, y_2)$

(x_1, x_2 là nghiệm của pt y' = 0)

1)Nếu (D) là trục Oy thì ycbt $\Leftrightarrow x_1 < 0 < x_2$

2)Nếu (D) là đthẳng x = m thì ycbt $\Leftrightarrow x_1 < 0 < x_2$

3)Nếu (D) là đthẳng $ax + by + c = 0$ thì:

ycbt $\Leftrightarrow (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$

@ Nếu (D) là đường tròn thì cũng giống trường hợp 3)

Dạng 21: Định đkiện để đồ thị hàm bậc 3 có CĐ , CT nằm về cung 1 phía đốI vớI (D).

Phương pháp +Định đkiện để đồ thị hàm số bậc 3 có các điểm cực trị $M_1(x_1, y_1)$ & $M_2(x_2, y_2)$

(x_1, x_2 là nghiệm của pt y' = 0)

1)Nếu (D) là trục Oy thì

ycbt $\Leftrightarrow x_1 < x_2 < 0 \vee 0 < x_1 < x_2$

2)Nếu (D) là đthẳng x = m thì

ycbt $\Leftrightarrow x_1 < x_2 < m \vee 0 < x_1 < x_2$

3)Nếu (D) là đthẳng $ax + by + c = 0$ thì:

ycbt $\Leftrightarrow (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) > 0$

@ Nếu (D) là đường tròn thì cũng giống trường hợp 3)

Dạng 22: Định đkiện để đồ thị hàm số (C) cắt đthẳng (D) tại 2 điểm phân biệt thoả 1 trong nhưng đkiện sau:

1)Thuộc cùng 1 nhánh $\Leftrightarrow$ (I) có nghiệm phân biệt nằm cùng 1 phía đốI vớI x = m ((I) là PTHĐGĐ của (C) và (D) ; x = m là t/cận đứng của (C))

2) Cùng 1 phía Oy $\Leftrightarrow (I)$ có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu

3)Khác phía Oy $\Leftrightarrow (I)$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu

Dạng 23: Tìm điểm trên đồ thị hàm số (C) sao cho:

Tổng các khoảng cách từ đó đến 2 t/cận là Min

Phương pháp:

+Xét $M_0(x_0, y_0)$ thuộc (C) $\Leftrightarrow (x_0, y_0)$

thoã y = thương +dư /mẫu

+Dùng BĐT Côsi 2 số $\Rightarrow$ kquả

Dạng 24:Tìm điểm trên đồ thị hàm số (C) sao cho:khoảng cách từ đó đến 2 trục toạ độ là Min

Phương pháp:

+Xét $M_0(x_0, y_0)$ thuộc (C)

+Đặt P = $d(M_0, Ox) + d(M_0, Oy) \Rightarrow P = |x_0| + |y_0|$

+Nháp :Cho $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = A;\ y_0 = 0 \Rightarrow x_0 = B$

GọI L = min ($|A|, |B|$)

+Ta xét 2 trường hợp :

TH1: $|x_0| > L \Rightarrow P > L$

TH2: $|x_0| \le L$ .Bằng ppháp đạo hàm suy ra đc kquả

Dạng 25:Tìm đkiện cần và đủ để 3 điểm M,N,P cung thuộc đthị (C) thẳng hàng?

Phương pháp

M ,N,P thẳng hàng ⇔ veto MN cùng phương vớI vectơ MP ⇔ $x_M + x_N + x_P = \dfrac{-b}{a}$

Dạng 26: Tìm trên đồ thị (C) :y = f(x) tất cả các điểm cách đều 2 trục toạ độ

Phương pháp:

+Tập hợp những điểm cách đều 2 trục toạ độ trong (Oxy) là đường thẳng y = x và y = -x .Do đó :

+Toạ độ của điểm thuộc (C) :y = f(x) đồng thờI cách đều 2 trục toạ độ là nghiệm của : $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases} \\ \begin{cases} y = f(x) \\ y = -x \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$ kquả

Dạng 27:Lập pt đ/t đi qua 2 điểm cực trị của hàm số hữu tỉ : $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$ (C_m)

Phương pháp :

Đặt $y = \dfrac{U_{(x)}}{V_{(x)}}$

+ có $y' = \dfrac{(U_{(x)})' V_{(x)} - (V_{(x)})' U_{(x)}}{(V_{(x)})^2}$

+GọI A (x_1, y_1) là điểm cực trị của (C_m)

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow U'_{x1} V_{x1} = V'_{x1} U_{x1} \Leftrightarrow \dfrac{U_{x1}}{V_{x1}} = \dfrac{U'_{x1}}{V'_{x1}} = y_1$ (1)

+ GọI B (x_2, y_2) là điểm cực trị của (C_m)

$\Rightarrow$ .... ⇔ .... ⇔ ....$y_2 = \dfrac{U'_{x2}}{V'_{x2}}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra pt đ/t đi qua 2 điểm cực trị là $y = \dfrac{U'_x}{V'_x}$

Dạng 28:Lập pt đ/t đi qua 2 điểm cực trị của hsố bậc 3 (C_m) , khi ko tìm đc 2 điểm cực trị

Phương pháp:

+Chia $\dfrac{y}{y'} = ax + b + \dfrac{cx + d}{y'}$ (cx+d :là phần dư của phép chia)

$\Rightarrow y = (ax + b)y' + cx + d$

+Goi A($(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ là 2 điểm cực trị của hàm số (C_m) $\Rightarrow y'_{x1} = y'_{x2} = 0$

+Do A∈ (C_m)nên $y_1 = (ax_1 + b)y_1' + cx_1 + d$

$\Rightarrow y_1 = cx_1 + d$ (1)

+Do B∈ (C_m)nên $y_2 = (ax_2 + b)y_2' + cx_2 + d$

$\Rightarrow y_2 = cx_2 + d$ (2)

Từ (1),(2) suy ra pt đ/t đi qua 2 điểm cực trị : $y = cx + d$

Dạng 29:Định đkiện để đồ thị hàm số bậc 3 có điểm CĐ và CT đốI xứng nhau qua 1 đ/t y = mx + n $(m \ne 0)$

Phương pháp:

+Định đkiện để hàm số có CĐ, CT (1)

+Lập pt đ/t (D) đi qua 2 điểm cực trị

+Gọi I là trung điểm đoạn nốI 2 điểm cực trị

+ycbt ⇔ $\begin{cases} dk(1) \\ y = mx + n \perp (D) \Rightarrow kq \\ I \in y = mx + n \end{cases}$

Dạng 30: Tìm 2 điểm thuộc đthị (C) y = f(x) đốI xứng nhau qua điểm $I(x_0, y_0)$

Phương pháp:

+Giả sử $M(x_1, y_1) \in (C): y_1 = f(x_1)$ (1)

+GọI N(x_2, y_2) đốI xứng M qua I suy ra toạ độ điểm N theo x_1, y_1

+Do N thuộc (C): $y_2 = f(x_2)$ (2)

(1),(2) :giảI hệ , Tìm $x_1, y_1 \Rightarrow x_2, y_2$

Dạng 31: Vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ (C)

Phương pháp:

+ Vẽ đồ thị $y = f(x)$ (C ')

+Có $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), x \geq 0 (C_1) \\ f(-x), x < 0 (C_2) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đồ thị (C) gồm đồ thị (C_1) và đồ thị (C_2)

VớI : $(C_1) \equiv (C')$ lấy phần x ≥ 0

(C_2) là phần đốI xứng của (C_1) qua Oy

Dạng 32 : Vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ (C)

Phương pháp:

+ Vẽ đồ thị $y = f(x)$ (C ')

+Có $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), f(x) \geq 0 (C_1) \\ -f(x), f(x) < 0 (C_2) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Đồ thị (C) gồm đồ thị (C_1) và đồ thị (C_2)

VớI $(C_1) \equiv (C')$ lấy phần dương của (C') (nằm trên Ox)

(C_2) là phần đốI xứng của phần âm (nằm dướI Ox) của (C') qua Ox

@:Chú ý :Đồ thi $y = |f(x)|$ sẽ nằm trên Ox

Dạng 33 : Vẽ đồ thị hàm số $y = |f|(x)||$ (C)

Phương pháp:

+ Vẽ đồ thị $y = f(x)$ (C ')

+Vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ (C1)

CHUYÊN ĐỀ :CÁC BÀI TẬP LIÊN QUAN ĐẾN KHẢO SÁT HÀM SỐ LTĐH

Câu 1.Tìm m để đường thẳng y=x+4 cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt A, B,C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4. (Điểm B, C có hoành độ khác 0, M(1;3)

Câu 2. Tìm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m+1)x - m - 2$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương

Câu 3. Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ sao cho tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$

Câu 4 Cho $hs: y = \dfrac{x+m}{x-1}$ Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm I của hai tiệm cận cắt trục Ox , Oy tại A, B và diện tích tam giác IAB bằng 1

Câu 5.Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ viết phương trình tiếp tuyến cuả HS biết tiếp tuyến tạo với 2 trục tọa độ tam giác có diện tích bằng 8

Câu 6. Cho hàm số y = $\dfrac{2x}{x-1}$ (H) .Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d): y = mx – m + 2 cắt đồ thị (H) tại hai điểm phân biệt A,B và đoạn AB có độ dài nhỏ nhất.

Câu 7. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1} (H)$. Tìm điểm M thuộc (H) để tổng khoảng cách từ M đến 2 trục toạ độ là nhỏ nhất.

Câu 8. Cho hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-1} (H)$ và đường thẳng $y = (m+1)x + m - 2$ (d) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (H) tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{3}{2}$

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(1-m)x + 1 + 3m$ (Cm). Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu đồng thời các điểm cực trị cùng với gốc toạ độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 4

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ Tìm m để đường thẳng y=-2x+m cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1)
- Viết phương trình đường thẳng đi qua M(1;3) cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ (1), m là tham số thực.
1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m = 1.
2. Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1;x_2;x_3$ thoả mãn điều kiện $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}<4$

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-2}$ (H)
1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (H).
2) Tìm m để đường thẳng (d): y=x+m cắt đồ thị hàm số (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2+OB^2=\dfrac{37}{2}$

Câu 13. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ (C)
1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số
2) Lấy trên đồ thị hai điểm A, B có hoành độ lần lượt là a, b.Tìm điều kiện a và b để tiếp tuyến tại A và B song song với nhau

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{2m-x}{x+m}(H)$ và A(0;1)
1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1
2) Gọi I là giao điểm của 2 đường tiệm cận . Tìm m để trên đồ thị tồn tại điểm B sao cho tam giác IAB vuông cân tại A.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^4+2mx^2-m-1$ (1) , với m là tham số thực.
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=-1$.
2)Xác định m để hàm số (1) có ba điểm cực trị, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị tạo thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ (1) , với m là tham số thực.
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=1$.
2)Xác định m để hàm số (1) có ba điểm cực trị, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

Câu 17. Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m^2+m$ (1) , với m là tham số thực.
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=-2$.
2) Xác định m để hàm số (1) có ba điểm cực trị, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị tạo thành một tam giác có góc bằng 120°.

Câu 18. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2$ (1), với m là tham số thực.
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=-1$.
2)Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực tiểu và hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và đường thẳng đi qua hai điểm cực tiểu ấy có diện tích bằng 1.

Câu 19. Cho hàm số
$y=f(x)=x^4+2(m-2)x^2+m^2-5m+5$
1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số với m = 1
2/ Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu tạo thành một tam giác vuông cân.

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ (1)
1).Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) .
2)Gọi A,B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số (1). Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 2.

Câu 21. Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-4$ (1)
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
2)Xác định k sao cho tồn tại hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) có cùng hệ số góc k. Gọi hai tiếp điểm là M_1,M_2. Viết phương trình đường thẳng qua M_1 và M_2 theo k.

Câu 22. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ (1)
1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1)
2. Giả sử A,B,C là ba điểm thẳng hàng thuộc đồ thị (C), tiếp tuyến với (C) tại A,B,C tương ứng cắt lại (C) tại A',B',C'. Chứng minh rằng ba điểm A',B',C' thẳng hàng.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ (1)
1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2)Đường thẳng (Δ): $y=mx+1$ cắt (C) tại ba điểm. Gọi A và B là hai điểm có hoành độ khác 0 trong ba điểm nói ở trên; gọi D là điểm cực tiểu của (C). Tìm m để góc ADB là góc vuông.

Câu 24. Cho hàm số
$y=-x^3+3x^2+3(m^2-1)x-3m^2-1$ (1), với m là tham số thực.
1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc toạ độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Câu 25. Cho hàm số $y=(x-2)^2(2x-1)$ (1)

1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2.Tìm m để đồ thị (C) có hai tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=mx$. Giả sử M, N là các tiếp điểm. Hãy chứng minh rằng trung điểm của đoạn thẳng MN là một điểm cố định (khi m biến thiên)

Câu 26. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ (1)

1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2)Gọi d_k là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0)$ với hệ số góc k $(k\in R)$. Tìm k để đường thẳng d_k cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt và hai giao điểm B, C (B và C khác A) cùng với gốc toạ độ O tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

Câu 27. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ (1)

1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2)Cho điểm $I(-1;0)$. Xác định giá trị của tham số thực m để đường thẳng $d: y=mx+m$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt I, A, B sao cho $AB<2\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = 2x^3 + 9mx^2 + 12m^2x + 1$, trong đó m là tham số.

1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi m = - 1.
2)Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có cực đại tại $x_{CĐ}$, cực tiểu tại x_{CT} thỏa mãn: $x^2_{CĐ}= x_{CT}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$, m là tham số

1)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi m = 0
2)Tìm các giá trị của m để các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có hoành độ là các số dương.

Câu 30. Cho hàm số $y=\dfrac{m-x}{x+2}$ (Hm). Tìm m để đường thẳng d:2x+2y-1=0 cắt (Hm) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{3}{8}$

Câu 31. Tìm m để hàm số $y=x^3-mx+2$ cắt Ox tại một điểm duy nhất

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+4}{1-x}$ (H). Gọi d là đường thẳng có hệ số góc k đi qua M(1;1). Tìm k để d cắt (H) tại A, B mà $AB=3\sqrt{10}$

Câu 33. Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2+2m$ cắt trục Ox tại một điểm duy nhất

Câu 34. Cho hàm số: $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ (C)

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số
2) Cho điểm A(0; a) Tìm a để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho 2 tiếp điểm tương ứng nằm về 2 phía của trục hoành

Câu 35. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ (C)

1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (C)
2) Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại M cắt (C) ở N mà $MN=2\sqrt{6}$

Câu 36. Tìm m để đường thẳng y=x+4 cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ tại 3 điểm phân biệt A, B,C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4. (Điểm B, C có hoành độ khác 0, M(1;3)

Câu 37. Tìm m để hàm số $y=x^3-mx^2+(2m+1)x-m-2$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương

Câu 38. Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ sao cho tiếp tuyến tại A, B song song với nhau và $AB=4\sqrt{2}$

Câu 39. Cho $hs: y=\dfrac{x+m}{x-1}$ Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm I của hai tiệm cận cắt trục Ox , Oy tại A, B và diện tích tam giác IAB bằng 1

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ viết phương trình tiếp tuyến cuả HS biết tiếp tuyến tạo với 2 trục tọa độ tam giác có diện tích bằng 8

Phần một: CÁC BÀI TẬP LIÊN QUAN ĐIỂM CỰC ĐẠI VÀ CỰC TIỂU HÀM SỐ

Câu 1) Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1
b) Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu và khoảng cách giữa điểm cực đại và cực tiểu là nhỏ nhất

Câu 2) Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+mx-1$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 1
b) Tìm m để hàm số đạt cực trị tại $x_1; x_2$ thoả mãn $|x_1-x_2|\ge 8$

Câu 3) Cho hàm số $y=x^3+mx^2+7x+3$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= -8
b) Tìm m để hàm số có đường thẳng đi qua điểm cực đại cực tiểu vuông góc với đường thẳng y=3x-7

Câu 4) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 0
b) Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu đối xứng qua đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

Câu 5) Cho hàm số
$y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 1
b) Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu cách đều gốc toạ độ O.

Phần hai: CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TIẾP TUYẾN VÀ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1) Cho hàm số $y = x^3 - mx - m + 1$ (Cm)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 3
b) Tìm m để tiếp tuyến tại giao điểm cuả (Cm) với trục Oy chắn trên hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 8

Câu 2) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + 1$ (Cm)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 0
b) Tìm m để đường thẳng y=1 cắt (Cm) tại 3 điểm phân biệt C(0;1), D,E và các tiếp tuyến tại D và E của (Cm) vuông góc với nhau.

Câu 3) Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-2}(Hm)$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 3
b) Tìm m để từ A(1;2) kẻ được 2 tiếp tuyến AB,AC đến (Hm) sao cho ABC là tam giác đều (A,B là các tiếp điểm)

Câu 4) Cho hàm số $y = \frac{2mx+3}{x-m}(Hm)*$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1
2) Tìm m để tiếp tuyến bất kỳ của hàm số (Hm) cắt 2 đường tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng 8

Câu 5) Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}(H)*$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho
b) Tìm M thuộc (H) sao cho tiếp tuyến tại M của (H) cắt 2 trục Ox, Oy tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$

Câu 6) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}(H)*$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số
b) Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận của (H). Tìm M thuộc (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại M vuông góc với đường thẳng IM.

Câu 7) Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}(H)*$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (H)
b) Viết phương trình tiếp tuyến của (H) biết khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị hàm số (H) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

Câu 8) Viết các phương trình tiếp tuyến kẻ từ điểm $A\left(\frac{19}{12};4\right)$ đến đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$

Câu 9) Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ mà qua đó chỉ kẻ được một tiếp tuyến đến đồ thị

Câu 10) Tìm những điểm thuộc đường thẳng y=2 mà từ đó có thể kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hs $y = x^3 - 3x$

Câu 11) Tìm những điểm thuộc trục tung qua đó có thể kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hs $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 12) Tìm những điểm thuộc đường thẳng x=2 từ đó kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị hs $y = x^3 - 3x$

Câu 113) Tìm những điểm thuộc trục Oy qua đó chỉ kẻ được một tiếp tuyến đến đồ thị hs $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 14) Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1
b) Với giá trị nào của m đồ thị hàm số cắt đường thẳng y=2x+1 tại 2 điểm phân biệt sao cho các tiếp tuyến với đồ thị tại 2 điểm đó song song với nhau.

Phần ba: CÁC BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO 2 ĐỒ THỊ

Câu 1) Cho hàm số $y = 2mx^3 - (4m^2 + 1)x^2 - 4m^2$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1

b) Tìm m để đồ thị hs tiếp xúc với trục Ox

Câu 2) Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1

b) Tìm m để đồ thị hs tiếp xúc với trục Ox tại 2 điểm phân biệt

Câu 3) Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

b) Tìm để phương trình sau có 8 nghiệm phân biệt $\left|x^4 - 6x^2 + 5\right| = m^2 - 2m$

Câu 4) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 6mx$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m=1/4

b) Biện luận số nghiệm $4|x|^3 - 3x^2 - 6|x| - 4a = 0$

Câu 5) Cho hàm số $y = 4x^3 - 3x$ (C)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (C)

b) Tìm m để phương trình $4\left|x^3\right| - 3|x| = 4m^3 - 4m$ có 4 nghiệm phân biệt

Câu 6) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - (m^2 - 1)$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 1

b) Tìm m để hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương

Câu 7) Cho hàm số $y = x^3 + 2(1 - 2m)x^2 + (5 - 7m)x + 2(m + 5)$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m= 5/7

b) Tìm m để đồ thị hs cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ nhỏ hơn 1.

Câu 8) Tìm m để hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 3)x^2 + 18mx - 8$ có đồ thị tiếp xúc với trục Ox

Câu 9) Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hs

b) Biện luận số nghiệm phương trình $\left|x^2 - 2\right|(x^2 - 1) = m$

Câu 10) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - x - 3$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

b) Biện luận theo m số nghiệm phương trình $\left|x^2 - 1\right|(\frac{x + 3}{3}) = 2m + 1$

Phần bốn: CÁC CÂU TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KHOẢNG CÁCH

Câu 1) Tìm M thuộc (H) $y = \frac{3x - 5}{x - 2}$ để tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận của H là nhỏ nhất

Câu 2) Tìm M thuộc (H) : $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ để tổng khoảng cách từ M đến 2 trục toạ độ là nhỏ nhất

Câu 6) Tìm m để hàm số y=-x+m cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ tại 2 điểm A,B mà độ dài AB nhỏ nhất